

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. rujna 2018.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Odredite funkciju f kojoj je funkcija $F(x) = x \ln \sqrt{x}$ primitivna funkcija. (2 boda)

(iii) Izračunajte integral $\int x \cdot \sin(\pi x)dx$. (2 boda)

(iv) Odredite $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Crtežom predočite i zapišite značenje određenog integrala za pozitivnu funkciju, za negativnu funkciju i općenito. (3 boda)

(ii) Geometrijski interpretirajte značenje i bez računanja procijenite vrijednost sljedećeg integrala: $\int_{-1}^2 ((x-1)^3 + 1) dx$. Precizna slika! (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (2 boda)

3. (i) Što su to kritične (stacionarne) točke funkcije f dviju varijabla?
(2 boda)
- (ii) Odredite kritične točke funkcije $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4y^2 + xy + x + 4y}$.
(3 boda)
- (iii) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabla f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
- (iv) Primijenite formulu iz (iii) na približno računanje $f(4.03, -0.99)$ za funkciju f iz (ii). (3 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^3$ i $y^2 = x$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy + y' = 2 \quad (b) y + 3 \sin x = e^x \cdot y'$$

$$(c) 2 \ln y' - y = x^4 \quad (d) y\sqrt{x} = \sqrt{y'}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. rujna 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_0^{\sqrt{e}} x e^3 \ln(x^2 + e) dx$, (4 boda)

(ii) $\int \frac{x^2 - 8x - 3}{x^3 - 3x^2} dx$, (3 boda)

(iii) $\int \frac{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 5 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + 2}{\cos^2 \frac{x}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}} dx$. (3 boda)

2. (i) Koristeći integralni račun, izračunajte površinu lika omeđenog grafom funkcije $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$, osi apscisa i krivuljom $y^2 = \frac{2}{3}x + 4$. (6 bodova)

- (ii) Geometrijski interpretirajte i izračunajte integral $\int_{-\pi}^{\pi} |\cos x + 2| dx$. (4 boda)

3. (A) Zadan je dvostruki integral

$$\int_{-2}^0 \int_{-\sqrt{-2x-x^2}}^0 dy dx.$$

(i) Skicirajte područje integracije i interpretirajte zadani integral. (1 bod)

(ii) Zapišite zadani integral u polarnim koordinatama (integral ne trebate računati). (2 boda)

(B) Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln \frac{y^2}{x} + \ln \frac{y}{x^2}$.

(i) Odredite i skicirajte njezinu domenu. (3 boda)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije u točki $(3, 3, f(3, 3))$. (4 boda)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$5y'' - 5y' - 30y = 10e^{-2x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) uz početne uvjete $y(0) = 0$, $y'(0) = \frac{3}{5}$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' + y \cos x = -3e^{-\sin x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) uz početni uvjet $y(\pi) = -\pi$. (3 boda)